Jeudi 28/2/2008

CHAPITRE II :
CONDUCTEUR EN EQUILIBRE

Rappelons qu'un conducteur est un corps qui possède des charges libres négatives (électrons) ou positives (atomes ionisés). Lorsque dans ce conducteur règne un champ électrique, les charges libres (électrons) se mettent en mouvement. Au contraire, dans le cas d'un corps isolant, les charges sont localisées ; les électrons sont fortement liés à des noyaux ou assurent des liaisons de covalence très solides et leur déplacement ne peut pas être provoqué par des champs peu élevés.
Dans un conducteur, nous pouvons appliquer les lois de l'électrostatique en considérant un champ moyen, que nous désignons par $\vec{E}$. Toutes les autres grandeurs sont aussi données par leurs valeurs moyennes : ρ, σ, V, etc.

1. PROPRIETES D'UN CONDUCTEUR EN EQUILIBRE

1.1. Définition d'un conducteur en équilibre

موصل في حالة سكون

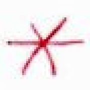
▲On dit qu'un conducteur est en équilibre électrostatique lorsque les charges libres qu'il contient sont toutes au repos.

1.2. Champ électrique dans le conducteur

الحقل الكهربائي في الموصل

▲La définition d'un conducteur en équilibre, implique nécessairement que le champ électrique à l'intérieur du conducteur est nul. Sinon des charges seraient mises en mouvement.

$\vec{E} = 0$ à l'intérieur du conducteur



1.3. Le potentiel du conducteur

Le fait que le champ est nul en tout point d'un conducteur en équilibre entraîne $V(M) = c^{te}$.

En effet, la relation $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{grad}\, V(M)$ montre que, si $\vec{E}$ est nul en tout point M, le potentiel $V(M)$ ne peut être qu'uniforme (il s'agit d'un potentiel moyen).

▲Le volume du conducteur est donc équipotentiel et la surface limitant le conducteur est une surface équipotentielle. Il résulte que le champ électrique est normal à la surface du conducteur.

$V(M) = c^{te}$ à l'intérieur et sur la surface du conducteur



1.3.1. La charge du conducteur

D'après l'équation de Poisson :

$$div\, \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0},$$

▲la densité volumique de charges ρ est nulle, puisque le champ $\vec{E}$ est nul à l'intérieur du conducteur en équilibre

ρ =

$\rho = 0$ à l'intérieur du conducteur

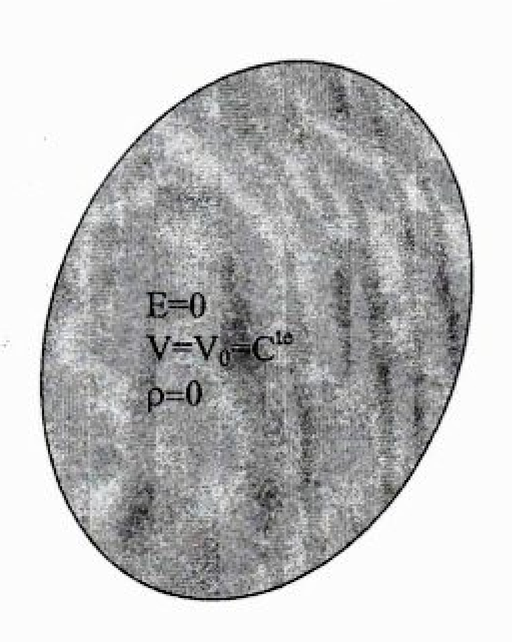
Cela signifie que dans le volume du conducteur, il y a autant de charges positives que de charges négatives (les charges des électrons sont neutralisées par les charges des noyaux des atomes).

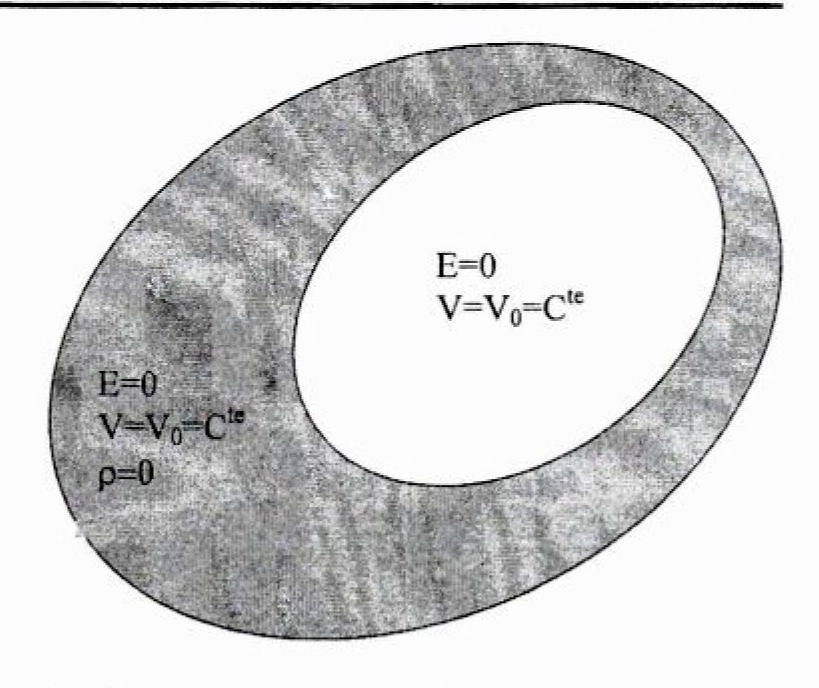
Pour un conducteur creux dans lequel existe une cavité vide, les charges ne pouvant pas se maintenir sur la surface intérieure du conducteur ; si on apporte une charge sur cette surface intérieure, cette charge passe immédiatement à l'extérieur. Cette propriété est utilisée dans les machines électrostatiques pour l'accumulation des charges.

En conclusion dans un conducteur plein ou creux (cavité vide) en équilibre électrostatique nous avons les résultats suivants :

- le champ est nul en tout point à l'intéiieur du conducteur et de la cavité
- le potentiel est constant dans la masse du conducteur et dans la cavité
- seule la surface extérieure du conducteur peut porter une charge non compensée.







Conducteur plein Conducteur creux avec cavité vide

1.4. Champ à l'extérieur d'un conducteur

الحقل الكهربائي خارج الموصل

1.4.1. Charge et sens des lignes de forces

شحنة ومنحى خطوط القوى

La surface d'un conducteur étant équipotentielle et les lignes de forces sont orthogonales à la surface. Si nous considéros un élément de surface ds portant la charge dq, la densité de charge est :

$$\sigma = \frac{dq}{ds}$$

M ↓ $\vec{E}$ — σ - - - - - - - - - - - - - -

M ↑ $\vec{E}$ — σ + + + + + + + + + +

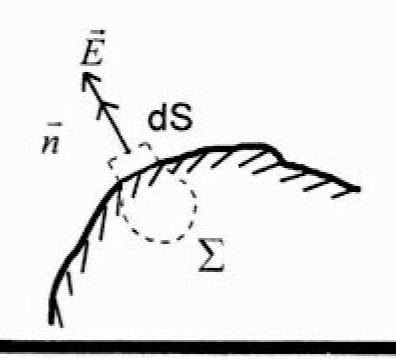
Si σ est positif, la charge positive unité placée en M subit une force répulsive et le champ est dirigé vers l'extérieur du conducteur.
Si σ est négatif la force subie par la charge positive unité est attractive et le champ est dirigé vers l'intérieur du conducteur.

1.4.2. Champ au voisinage d'un conducteur en équilibre

حقل كهربائي بجوار موصل في سكون

Réalisons une surface fermée avec :

- un tube de force ,
- une surface Σ dans le conducteur,
- une section ds du tube de force parallèle à la surface du conducteur et voisine de celle-ci.





Cette surface fermée découpe sur la surface du conducteur une surface égale à *ds* et portant la charge :

$$dq = \sigma ds$$

Si $\vec{E}$ est le champ au voisinage du conducteur, le flux sortant de la surface fermée est :

$$d\Phi = \vec{E}.\vec{ds}$$

or, d'après le théorème de Gauss :

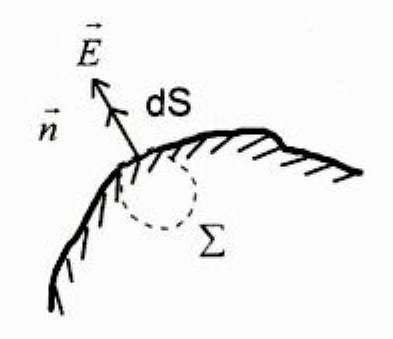
$$d\Phi = \frac{dq}{\varepsilon_0}$$

▲donc le champ au voisinage immédiat du conducteur est :



1.4.3. Champ sur la surface d'un conducteur en équilibre

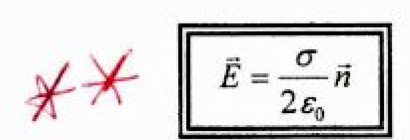
Prenons une surface fermée constituée par un élément *ds* de surface du conducteur et une surface Σ dans le conducteur. Nous remarquons que la charge $dq = \sigma ds$ n'est plus à l'intérieur de la surface fermée, mais sur la surface fermée.



Dans ce cas et d'après le théorème de Gauss :

$$d\Phi = Eds = \frac{\sigma ds}{2\varepsilon_0}$$

▲donc sur le conducteur lechamp électostatique sera :



1.4.4. Pression électrostatique



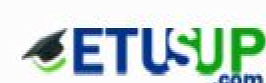
Soit un élément *ds* d'un conducteur, il porte la charge $dq = \sigma ds$ et cette charge est placée dans le champ existant à la surface du conducteur $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}$. Ce champ normal va créer une force normale :

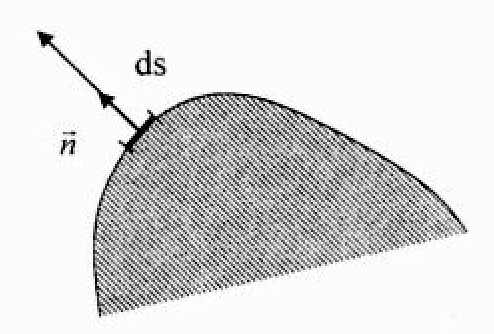
$$d\vec{F} = \vec{E}dq = \frac{\sigma^2 ds}{2\varepsilon_0}\vec{n}$$

$\vec{E}\,dq = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\vec{n}\,dS$ $dq = \sigma dS$

$\vec{dF} = \frac{\sigma^2 ds}{2\varepsilon_0}\vec{n}$

$\vec{E}$

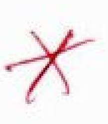




Le quotient $\frac{dF}{ds}$ est une quantité positive et homogène à une pression, puisqu'il représente le quotient d'un élément de force par un élément de surface. On le nomme "Pression électrostatique".

▲Celle-ci est désignée par :

$$P_e = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$$



La force $d\vec{F} = \vec{E}dq = \frac{\sigma^2 ds}{2\varepsilon_0}\vec{n}$ est toujours dirigée vers l'extérieur du conducteur.

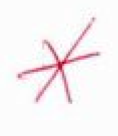
2. CAPACITE PROPRE D'UN CONDUCTEUR ISOLE DANS L'ESPACE

2.1. Définition

Considérons un conducteur isolé dans le vide, portant la charge Q au potentiel V. Le quotient Q/V est une propriété intrinsèque du conducteur.

▲On désigne celle-ci sous le nom de "capacité propre du conducteur".

$$C = \frac{Q}{V}$$



Le coefficient de capacité propre d'un conducteur est une grandeur caractéristique de la forme du conducteur et de ses dimensions.

L'unité de la capacité du système international est le Farad (symbole F). Le Farad est la capacité propre d'un conducteur qui, seul dans l'espace porte une charge de un Coulomb lorsque son potentiel est de un volt.

2.2. Calcul d'une capacité propre

Si on connaît la distribution de charge sur le conducteur, lorsqu'il est seul dans l'espace, on calcule d'abord sa charge :

$$Q = \iint_S \sigma ds$$

On calcule ensuite le potentiel en un point quelconque du conducteur (le volume du conducteur est équipotentiel, il suffit de choisir le point du conducteur qui rend le calcul le plus facile).

La capacité cherchée est : $C = \frac{Q}{V}$

La capacité propre d'un conducteur est toujours positive.

Exemple : Capacité d'une sphère isolée de rayon R.

La densité superficielle de charges est : $\sigma = \frac{dq}{ds}$ soit $dq = \sigma ds$ et $q = \sigma s$

Pour une sphère de rayon R : $s = 4\pi R^2$ soit $q = \sigma 4\pi R^2$

Le potentiel d'une sphère coductrice est uniforme et égale à : $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$

D'où la capacité de la sphère : $C = \frac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$

A.N. : Pour la terre, $R = 6{,}37\,10^6\ m$ et $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\ 10^9$ unité (SI)

On trouve $\boxed{C = 7\,10^{-4}\ F = 700\ \mu F}$

Dém.

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}} = \sigma 4\pi R^2 \cdot \frac{4\pi\varepsilon_0 R}{q} =$$

$$C = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}} = q \cdot \frac{4\pi\varepsilon_0 R}{q} = \boxed{4\pi\varepsilon_0 R}$$